

Zpracovala: Radoslava Jandová, jandora1

Obor: STM, softwarové inženýrství
 Semestr: 4. semestr, léto 2010/2011

2

Zjistila jsem chybu v tomto předávaném řešení!

4.2. Spočítejte reziduálně AB a A^3 v \mathbb{Z}_{440}
 pro $A = 21454$
 $B = 1213$

Pro výpočet použijte výpočty z příkladu 4.1.

čím: $440 = 8 \cdot 5 \cdot 11 = 2^3 \cdot 5 \cdot 11$

$q_5 = \cancel{88} \quad 176$

$q_8 = \cancel{380} \quad 385$

$q_{11} = \cancel{380} \quad 320$

AB a A^3 bude počítat v \mathbb{Z}_5 , \mathbb{Z}_8 a \mathbb{Z}_{11} .

$A \cdot B$

v \mathbb{Z}_5 $A \cdot B = 21454 \cdot 1213 = 4 \cdot 3 = 12 \pmod{5} = \underline{\underline{2}}$

v \mathbb{Z}_8 $A \cdot B = \dots = 2 \cdot 5 = 10 \pmod{8} = \underline{\underline{2}}$

v \mathbb{Z}_{11} $A \cdot B = \dots = 4 \cdot 3 = 12 \pmod{11} = \underline{\underline{1}}$

v \mathbb{Z}_{440} $A \cdot B = 2 \cdot q_5 + 2 \cdot q_8 + 10 \cdot q_{11} =$
 $= \cancel{288} + \cancel{2320} + \cancel{280} = 2 \cdot 176 + 2 \cdot 385 + 10 \cdot 320 =$
 $= \cancel{4166} \pmod{440} = \underline{\underline{236}} \quad \underline{\underline{362}}$
 $4 \cdot 322$

A^3

v \mathbb{Z}_5 $A^3 = 4^3 = 4^{1213} \stackrel{\text{E.F.V.}}{=} 4^{4 \cdot 303 + 1} = (4^4)^{303} \cdot 4^1 =$
 $= 1^{303} \cdot 4 = \underline{\underline{4}}$

$\text{GCD}(5, 4) \quad 5 = 4 \cdot 1 + \underline{1} \rightarrow \text{GCD} = 1$

$4 = 1 \cdot 4 + 0$

\Rightarrow lze použít E.F.V. $\rightarrow 4^4 \equiv 1 \pmod{5}$

Zpracovala: Radoslava Jandová, jandora

Obor: STM, softwarové inženýrství
 Semestr: 4. semestr, léto 2010/2011

3

$$\in \mathbb{Z}_8 \quad A^3 = 2^3 = 2^{1213} = 0 \in \mathbb{Z}_8$$

GCD(8, 2) → čísla jsou souditelná, použij binární rozklad

$$1213 \text{ binárně} = 10010111101$$

$$\times 8 \quad 8 \quad 8 \quad 8 \quad 8 \quad 8 \quad 8 \quad 8 \quad 8 \quad 8 \quad 8$$

$$a = 2$$

$$x = 1 \cdot 2 = 2$$

$$8 = 2^2 = 4$$

$$8 = 4^2 = 16 \pmod{8} = 0$$

$$8 = 0^2 = 0$$

∴ ∴ ∴ dále výpočty nejsou nutné

$$x = 0 \rightarrow 2^{1213} = 0 \in \mathbb{Z}_8$$

$$\in \mathbb{Z}_{11} \quad A^3 = 4^3 = 4^{1213} \stackrel{\text{E.F.V.}}{=} 4^{10 \cdot 121 + 3} = (4^{10})^{121} \cdot 4^3$$

$$= 1^{121} \cdot 343 = 343 \pmod{11} = 2$$

$$\text{GCD}(11, 7) \quad 11 = 4 \cdot 1 + 7$$

$$7 = 4 \cdot 1 + 3$$

$$4 = 3 \cdot 1 + 1$$

$$3 = 1 \cdot 2 + 1 \rightarrow \text{GCD} = 1$$

$$1 = 1 \cdot 1 + 0$$

$$\rightarrow 4^{10} \equiv 1 \in \mathbb{Z}_{11}$$

$$\in \mathbb{Z}_{440} \quad A^3 = 4q_5 + 0q_8 + 2q_{11} = 4 \cdot 176 + 0 + 2 \cdot 320$$

$$= 912 \pmod{440} = 32 \quad 24$$

$$1,344$$