1 Matematická indukce

1. Matematickou indukcí ukažte, že $6 \cdot 7^n - 2 \cdot 3^n$ je dělitelné 4 pro každé $n \geq 1$.
2. Matematickou indukcí ukažte, že pro všechna $n \geq 0$ platí $\sqrt{0} + \sqrt{1} + \cdots + \sqrt{n} < \frac{2}{3}(n+1)\sqrt{n+1}$.
3. Matematickou indukcí ukažte, že pro všechna $n \geq 0$ platí $\sum_{k=0}^{n} (k! \cdot k) = (n+1)! - 1$.

► Vyznačte základní krok, zformulujte přesně indukční předpoklad a vyznačte v indukčním kroku, kde děláte dekompozici a kde používáte indukční předpoklad.

OBECNĚ

1) jaký typ indukce a podle čeho ji provedu
(např. podle $\underline{n}$)

2) ZK = zákl. krok – ověřím platnost $T(n)$ pro
n_0 (tj. $\underline{n}$ ze zadání – např. 1) → dosadit, vypočítat

3) indukční krok – zvolím libovolné, ale pevné
$n \geq 1 (= n_0)$ a ~~musí~~ musím prokázat platnost
$T(n+1)$ → dosadit $(n+1)$ za $\underline{n}$
→ dekomponovat, dokud na L
straně nedostanu „$T(n) + 1$"

4) vyslovit IP pro libovolné, ale pevně zvolené $n \geq 1 (= n_0)$,
event. nyní vyslovit / potvrdit typ indukce

5) IP použít a L dekomponovanou stranu $T(n+1)$
rovnice, tj. za $T(n)$ dosadím P stranu IP,

6) ~~mám~~ mám tvar „IP + 1" a řeším rovnici z L do P
dokud nedostanu tvar $T(n+1)$

(1.1) – použít 1) – 4)
– dál metoda rozkladu a zdůvodnění
na zákl. IP

(1.2) – použít 1) – 5)
– řešení nevede k výsledku →
dosadím P stranu tvaru $T(n+1)$
a řeším rovnici / nerovnici

- nepoužívá se, ale tady se řeší „hrubou silou", tj. ~~se~~ zbavit se $\sqrt{x}$ umocněním a vypočítat

(1.3) použít 1, - 6)