

13.6 Kolik permutací n prvků obsahuje wordy
~~první~~ prvek z jím ~~první~~ prvek?

n prvků ~~musíme~~

1 prvek fixujeme \Rightarrow zbývá $(n-1)$ prvků permutovat

\Rightarrow celkem $(n-1)!$ permutací

13.7 a) $\frac{(n+2)!}{n!} = \frac{(n+2)(n+1)\overset{1}{\cancel{n!}}}{\cancel{n!}} = \underline{\underline{(n+2)(n+1)}}$

b) $\frac{[(n-1)!]^2}{(n+1)!} = \frac{(n-1)!\overset{1}{\cancel{(n-1)!}}}{(n+1) \cdot \underset{1}{\cancel{n!}} \cdot \cancel{(n-1)!}} = \underline{\underline{\frac{(n-1)!}{(n+1)n}}}$

13.8 máme součet všech 4-ciferných čísel složených
 z čísel 1, 3, 5, 7 (bez opakování čísel)

$A_1 \dots n_1(A_1) = 4$

$A_2 \dots n_2(A_2) = 3$

$A_3 \dots n_3(A_3) = 2$

$A_4 \dots n_4(A_4) = 1$

každé číslo bude na
 každém místě
 první \rightarrow ostatní čísla vytvoří
 $3!$ permutací $= 6$
 součet čísel na každém
 místě bude stejný

$6 \cdot (1+3+5+7) = 96$

Součet všech čtyř řádů bude

$\boxed{1000 \cdot 96 + 100 \cdot 96 + 10 \cdot 96 + 96}$

Poznámka: 1, každé číslo n 1 číslice opakuje na 1 pozici $6 \times$
 \Rightarrow každé n permutací vytvoří číslo

2, stále stejný součet čísel na daném místě
 místo (první opakování permutací) 6×16

13.9

musíme 6 prvků (1-6)

kolika způsoby lze vyřadit 6-tes \Rightarrow kolik roztřídíme elementů
řádek lze vyřadit.

\Rightarrow permutace n prvků lze operovat $n!$

$P(6) = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = \underline{\underline{720}}$

13.10

a) kolik pěticiferných čísel lze vytvořit 5-ti číslicemi
lze opakovat $\{0, 1, 4, 7, 9\}$

\rightarrow může 2 5-ti prvků lze opakovat ~~$P(5) = 5!$~~

~~$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5$~~ kombinatorického pravidla rovnou:

- 1. roven 4 možnosti (bez 0) $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = \underline{\underline{96}}$
- 2. roven 4 možnosti (bez 1 a 4)
- 3. roven 3 možnosti (bez 2 číslic.)
- 4. roven 2 možnosti (bez 3 číslic.)
- 5. roven 1 možnosti (bez 4 číslic.)

b) kolik z nich je sudých

$(1-9) | 0-9 | (0-9) | (0-9) | (0, 4)$

I, pěticeforní \Rightarrow 1. místo kromě 0

II, sudé \Rightarrow poslední místo 0 nebo 4

- | | |
|--|---|
| \Rightarrow 1. roven 4 možnosti (bez nuly) | 2. roven 3 možnosti ^(bez 0, 4) |
| 5. roven 1 možnosti (<u>0</u> nebo 4) | 5. roven 1 možnosti (<u>4</u>) |
| 2. roven 3 možnosti | 2. roven 3 možnosti |
| 3. roven 2 možnosti | 3. roven 2 možnosti |
| 4. roven 1 možnosti | 4. roven 1 možnosti |

24 možnosti

42 ~~možnosti~~ možnosti

18 ~~možnosti~~ možnosti

13.11 Kolik permutací s opakováním lze vytvořit z písmen slova PRADA

permutace s opakováním - k-krát k n prvků $k > n$,
 zjednod. vždy se dělá pomocí opakování

$$P'_{k_1, k_2, \dots, k_n}(k) = P'_{2, 1, 1, 1}(5) = \frac{5!}{2!} = \frac{120}{2} = \underline{\underline{60}}$$

$k = k_1 + k_2 + \dots + k_n$

13.12 Kolik permutací lze vytvořit z písmen slova

MISSISSIPPI (s opakováním)

$$P'_{k_1, k_2, \dots, k_n}(k) \quad \left. \begin{array}{l} i \rightarrow k_1 = 4 \\ m \rightarrow k_2 = 1 \\ s \rightarrow k_3 = 2 \\ p \rightarrow k_4 = 1 \end{array} \right\} k = 4 + 1 + 2 + 1 = 11$$

$k = k_1 + k_2 + \dots + k_n$

$$P'_{4, 1, 2, 1}(11) = \frac{11!}{4! 2! 1! 1!}$$

13.13 36 členů

čtyřlístek funkcionářů (bez opakování) vedou zasedání
 s funkční

3) Vazba 4-člů bez opakování a 36 prvků

~~$V_4(36) = \frac{36!}{(36-4)!}$~~

~~$V_4(36) = \frac{36!}{(36-4)!}$~~

~~$V_4(36) = \frac{36!}{(36-4)!}$~~

$$V_k(n) = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)$$

$$V_4(36) = 36 \cdot 35 \cdot 34 \cdot 33$$
